

# Les 16 cas de relations binaires avec les papygrammes, NIAM, Merise, UML, Z0, B, notation de E. Codd (schémas relationnels n-aires) et la notation Oc

Habrias Henri

Henri.Habrias@univ-nantes.fr

*Oc plan !* Tu parles ! (incrédulité, prononcez Oplô!) <sup>1</sup>

## 1 Notation Z0, B, etc.

- La notation créée par J.R. Abrial a évoluée au cours du temps. Il y eu les premiers écrits d'Abrial sur Z, puis après son séjour à Oxford, la notation décrite par J.M. Spivey dans La Notation Z (traduction française de Michel Lemoine, Masson). En ce qui concerne la notation des relations, celle de B est la même que celle de Spivey pour les 16 cas que nous présentons. En pratique en B on donne la spécification d'une relation dans le sens le plus contraint. Par exemple, on préférera une fonction totale à la relation inverse qui serait une relation "quelconque".
- Avec la notation NIAM, il n'y a que deux symboles, celui d'unicité (représenté par une ligne, comme dans la notation du modèle relationnel n-aire on souligne la clé de la relation-type) et celui de totalité (le signe du quantificateur universel représenté par un V coupé par la ligne reliant l'ensemble au nom de la relation-type. Le nom de la relation et le nom de son inverse sont écrits dans deux cases jointes. On doit pouvoir lire selon l'ordre sujet/verbe/complément.
- En Z0, une fonction a un nom en minuscule, une relation (on dit "fonction multivaluée") a un nom en majuscule. La totalité est exprimée par un 1 (une fonction), la non unicité par un 0)
- En ce qui concerne la notation graphique, nous préférons la notation NIAM à bien d'autres car c'est elle qui utilise le moins de signes pour exprimer les 16 cas de relations binaires. Guillaume d'Occam ou Guillaume de Baskerville est d'accord avec nous. Elle dispose aussi de la possibilité d'exprimer des contraintes ensemblistes d'inclusion, de disjonction, d'égalité, sur entre relations, entre domaines et codomaines. Mais nous ne pouvons négliger la notation Merise, made in France et la notation UML toujours à la mode.

**Liberté !** Nous n'avons pas présenté<sup>2</sup> la notation OMT de Rumbaugh et al.. En effet, avec cette notation, moins on a de contraintes plus on écrit de signes ! On n'y applique pas la règle

---

1. Jean-Pierre Reydy, Notre occitan, Le dialecte du Périgord-Limousin parlé dans le Parc naturel régional, Institut d'étudis occitans dau Limosin

2. Je ne sais si la raison de la multiplication des " modèles " " Entité-Relation " "Entité-Propriété-Relation ", " Modèle individuel " etc. et leurs diverses notations est celle que m'avait donnée P.P. Chen lors du dîner de gala de la conférence *Sixth International Conference Entity Relationship Approach* le 10 novembre 1987 au restaurant *Windows on the World* en haut d'une des tours jumelles. Je lui avais demandé pourquoi ne pas fournir une sémantique formelle à ces diagrammes pour éviter cette multiplication de graphiques ; il s'était retourné et m'avait montré les convives. Et m'avait dit " Oui, bien sûr, mais alors nous n'aurions plus ça ! ". En 2024, on a eu la 43ème ER à Pittsburgh, PA. Et la prochaine aura lieu dans mon Alma mater à Poitiers !

des pays de liberté où dans les codes on écrit ce qui est interdit et non ce qui est autorisé. Imaginez le nombre de panneaux qui décoreraient nos routes et nos villes !

Ne pas appliquer le rasoir d'Occam conduit à des interprétations comme nous en avons lu plusieurs fois sur la Toile sur OMT. Citons en une *There are special line terminators to indicate certain common multiplicity values. A solid ball (figure 5) is the symbol for "many", meaning zero or more. A hollow ball (figure 6) indicates "optional", meaning zero or more. The multiplicity is indicated with special symbols ('\*' in fig. 5,6) at the ends of association lines. In the most general case, multiplicity can be specified with a number or set of intervals. No multiplicity symbols means a one-to-one association.*

Mais la notation utilisée dans Z et dans B n'applique pas totalement le rasoir d'Occam<sup>3</sup>(ou d'Ockham). Nous proposons ici seulement deux signes. Le V qui est utilisé dans la notation NIAM. Comme il est coupée par le trait reliant l'ensemble le nom de l'ensemble de départ à celui de l'ensemble d'arrivée, on obtient le symbole du quantificateur universel  $\forall$  (le "pour tout"). Le deuxième signe est la pointe, dirigée soit vers la droite, soit vers la gauche, et indiquant la contrainte d'unicité. Elle est utilisée dans les livres de mathématiques pour indiquer une fonction. Ainsi, une relation sans contraintes sera représentée en ASCII, par `———`. La relation la plus contrainte sera représentée par `<-V-V->`. On vous a déjà tout dit !

## 2 Présentation de cinq notations graphiques

Nous présentons quatre notations graphiques qui permettent de représenter les 16 cas de relations binaires. Il s'agit dans l'ordre, de :

- les papygrammes
- la notation NIAM
- la notation MERISE
- la notation UML
- la notation des relations n-aires à la Codd

Voici quelques mots sur ces notations.

### 2.1 Les papygrammes

Ils sont l'oeuvre du mathématicien belge Georges Papy (1920-2011). Il fut professeur titulaire de la chaire d'Algèbre à l'Université Libre de Bruxelles (ULB).<sup>4</sup>

- Un ensemble est représenté par ce qu'il appelait une "patate", un élément est représenté par un point
- Une flèche reliant un point d'un ensemble de départ à un point d'un ensemble d'arrivée, exprime un couple, " une paire ordonnée "
- Un couple est représenté en utilisant soit des parenthèses, par exemple,  $(a, 6)$  soit le symbole de " maplet " par exemple,  $a \mapsto 6$

Les papygrammes ont un statut à part. Il s'agit d'une instanciation des prédicats dirait le logicien. C'est aussi une manière de vérifier auprès d'un "spécifieur" s'il a bien compris la notation qu'il utilise. D'après nos anciens étudiants qui, en entreprise, l'ont appliqué aux MCD (Modèles conceptuels de données) de la méthode Merise, ce n'est généralement pas le cas. Nous en profitons pour remercier ici J.R. Abrial qui lorsqu'il est venu à Nantes enregistrer son cours d'initiation à B devant nos étudiants a pratiqué les papygrammes.

3. nous aurions pu dire aussi que notre notation est écologique !

4. voir Jean Dieudonné, Les travaux mathématiques de Georges Papy, Bull. Soc. Math. De Belgique, vol. 44, fasc. 2, Série A, 1992, 149-151 En collaboration avec sa femme, il a publié 6 tomes de Mathématiques modernes, Mathématique moderne 1 , avec la collaboration de Frédérique Papy (Didier, B, Paris, Montréal 1963). Mathématique moderne 2, Nombres réels et vectoriel plan (Didier, Bruxelles Montréal 1965). Mathématique moderne 3, Géométrie métrique du plan (Didier, Bruxelles, Paris, 1967). Mathématique moderne 5, Arithmétique (Didier, Bruxelles, Paris, Montréal 1966). Mathématique moderne 6, Géométrie plane (Labor, Bruxelles 1966)

## 2.2 NIAM

NIAM<sup>5</sup> n'utilise que deux symboles :  $\forall$  pour la contrainte de totalité (on reconnaît le quantificateur universel) et  $\leftrightarrow$  pour la contrainte d'unicité (*i.e* la fonction). Nous avons conservé ce symbole dont les pointes sont là pour en améliorer la vision, mais pour éviter toute confusion avec le symbole de la relation quelconque en B, il est conseillé d'utiliser une ligne sans pointes. Rappelons que si on représente une fonction sous une forme tabulaire, la fonction allant de la colonne de gauche vers la colonne de droite, (les gens des bases de données, disent que la colonne de gauche est *clé*) on ne trouvera pas deux lignes de la table ayant la même partie gauche. Dit autrement, la colonne de gauche n'aura pas de valeur de ligne écrite deux fois. C'est la contrainte d'unicité. Elle est représentée dans les "schémas relationnels n-aires" en soulignant ce qui est appelé "clé" de la relation. En NIAM, on peut représenter aussi d'autres contraintes ensemblistes. Mais nous ne les traiterons pas ici (une illustration de l'intersection vide de deux ensembles est fournie). D'un schéma relationnel binaire on peut passer à un schéma relationnel "à la Codd", par regroupement des fonctions binaires ayant même domaine. On parle de schéma "regroupé" (et non de schéma "logique", car il est aussi "logique" que le schéma graphique binaire!) On trouvera dans la chapitre de ces actes intitulé *Génie logiciel, Histoire des langages, méthodes, outils, Autour et alentours les travaux de Jean-Raymond Abrial, de LTR à ADA, Z, B, Event-B et la plateforme Rodin* les références bibliographiques.

## 2.3 MERISE

Merise, sous le nom de *cardinalités* utilise un couple (x, y) dont le premier élément, s'il est égal à 1 représente la contrainte de totalité (il prend la valeur 0 sinon) et dont le deuxième élément prend la valeur 1 si la relation est une fonction (il prend la valeur n sinon). Si par exemple, on a une fonction totale de S vers T, le couple (1, 1) est noté à côté du rectangle S.

## 2.4 UML

UML (prononcez *youémel*) utilise l'étoile (\*) quand Merise utilise (0, n), 1 quand Merise utilise (1, 1), 1..\* quand Merise utilise (1, n), 0..1 quand Merise utilise (0, 1). Mais attention, on a fait moderne! quand, par exemple, on a une fonction totale de S vers T, 1 est mis à côté de T et non à côté de S. On n'arrête pas le progrès! Et ces valeurs au lieu d'être appelées des *cardinalités* comme dans Merise, ont pour nom, des *multiplicités*. 1

## 2.5 Schéma relationnel n-aire à la Codd

Cette notation est ce que les Merisiens appellent curieusement "le modèle logique de données", alors qu'ils appellent les schémas faits de rectangles, certangles et ficelles, un "modèle conceptuel de données". On ne voit pas en quoi l'un est plus conceptuel ou plus logique! En NIAM le schéma relationnel n-aire à la Codd s'appelle le "schéma regroupé". En effet, on regroupe les relations binaires ayant même clé en relations n-aires. Le terme est technique et n'a pas d'autre connotation. On a préfixé par c, le nom des *champs* des schémas de relations, sauf pour les relations unaires (appelées *domaines*). On a souligné les clés. Les flèches représentent une contrainte de sous-ensemble (les gens des bases de données, disent "contrainte d'intégrité référentielle").

---

5. NIAM est pour Nijssen Information Analysis Method. La méthode diffusée par Control Data en Europe a été utilisée au CMILACO (Crédit Mutuel Informatique Loire Océan) où les analystes-programmeurs consultaient le dossier NIAM avant programmation. Notons que Nijssen était un des intervenants à la conférence de Cargèse où J.-R. Abrial a présenté Data Semantics. Voir "Le modèle relationnel binaire, I.A.(NIAM)", H.Habrias, Eyrolles, 1988 et "Introduction à la spécification", H.Habrias, Masson, 1993

### 3 Les 16 cas de relations binaires en papygrammes, B, Z0, NIAM, Merise, UML, schéma relationnel n-aire à la Codd

Nous les présentons dans l'ordre qui va de l'invariant le moins contraint à celui qui est le plus contraint.

#### 3.1 Pourquoi 16 ?

On a deux contraintes : totalité et unicité (ou fonction). Pour la relation de  $S$  vers  $T$ , on peut avoir totalité ou non et, pour chacun de ces cas, unicité ou non. Idem pour la relation inverse de  $T$  vers  $S$ . Ce qui fait  $4 \times 4 = 16$ . Un point c'est tout ! Au cours de notre carrière, nous avons vu des tas de notations et, comme il est difficile de faire du neuf en la matière, sans compliquer, les dernières notations à la mode sont loin d'être les plus simples. Le comble est une notation dont par charité nous ne citerons pas le nom, qui utilise des symboles quand il n'y a pas de contrainte ! Ainsi notre cas 0, dans cette notation, est le cas où il y a le plus de symboles sur le schéma. Imaginez que l'on adopte ce principe pour la circulation routière ! Rappelons qu'un pays de liberté est un pays où la loi édicte ce qu'on n'a pas le droit de faire et non ce que l'on a le droit de faire. Si dans les codes était écrit ce que l'on a le droit de faire, on aurait bien peu de liberté !

#### 3.2 La notation B

C'est notre *lingua franca*<sup>6</sup>. Nous la fournirons pour chaque cas.

La notation B est facile à mémoriser. Voici son principe :

- Une fonction totale (ce que les professeurs de maths en France appellent une *application*, est notée (et vous conviendrez que B ne fait pas dans l'originalité, et c'est très bien !) par  $\rightarrow$ .
- Si l'on a ni une fonction dans un sens ni dans l'autre sens, alors on supprime toute orientation en utilisant le symbole  $\leftrightarrow$ .
- Si la fonction est partielle, on "coupe" la hampe de la flèche ainsi  $\rightarrow\cdot$ .
- Si la fonction "couvre" l'ensemble cible, alors on met une capote à la pointe de la flèche, ainsi  $\rightarrow\!\!\rightarrow$ .
- Si on a une fonction dans un sens et dans l'autre sens, on ne peut mettre une pointe d'un côté et de l'autre, on tomberait sur le symbole utilisé pour les relations. Alors voici quel symbole on utilise :  $\rightrightarrows$ .

En utilisant ces principes, on peut couvrir presque tous les cas, presque car pour certains cas, il faut utiliser en plus des contraintes sur le domaine ou le co-domaine.

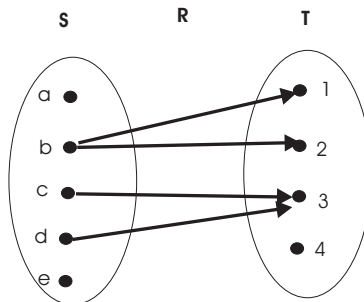
#### 3.3 La notation Z0

La notation Z0 qui est présentée ici est celle qui apparaît dans le livre de Claude Delobel et Michel Adiba, Bases de données et systèmes relationnels, Dunod, 1982.

En Z0, une fonction a un nom en minuscule, une relation (on dit "fonction multivaluée") a un nom en majuscule. La totalité est exprimée par un 1 (une fonction totale, ce qu'on appelle une "application" dans les livres de maths français), la non totalité par un 0).

---

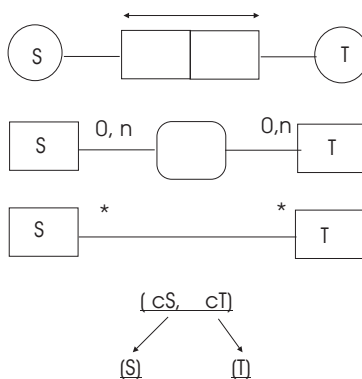
6. *Lingua franca* : "Langue auxiliaire de relation utilisée par des groupes de langues maternelles différentes. Sabir utilisé notamment dans les ports de la Méditerranée aux XIIIe et XIXe siècles.". Sabir étant pris dans le sens de "Système linguistique réduit à quelques règles de combinaison et à un vocabulaire déterminé né aux contacts de communautés linguistiques différentes n'ayant pas d'autres moyens de se comprendre.", Petit Larousse



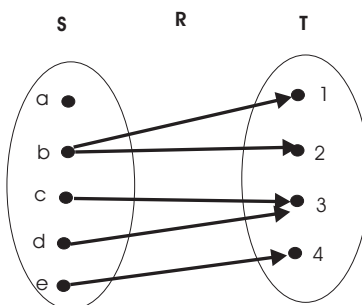
**FIGURE 1.** Cas 0,  $R \in S \leftrightarrow T$ , Relation quelconque de S vers T et de T vers R

$$S \frac{F(0)}{G(0)} T$$

**FIGURE 2.** en Z0



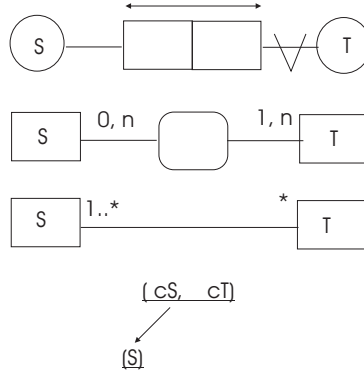
**FIGURE 3.** Cas 0,  $R \in S \leftrightarrow T$ , Relation quelconque de S vers T et de T vers S



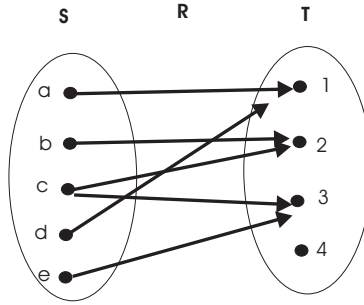
**FIGURE 4.** Cas 1,  $R \in S \leftrightarrow T \wedge \text{ran}(R) = T$ , Relation quelconque de S vers T et de T vers R

$$S \frac{F(0)}{G(1)} T$$

**FIGURE 5.** en Z0



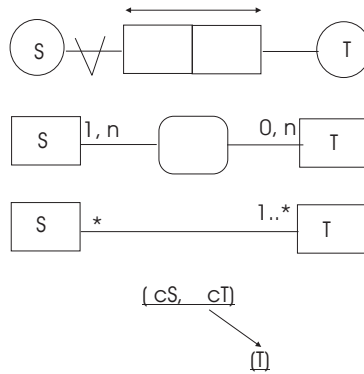
**FIGURE 6.** Cas 1,  $R \in S \leftrightarrow T \wedge \text{ran}(R) = T$ , Relation quelconque de S vers T et de T vers R



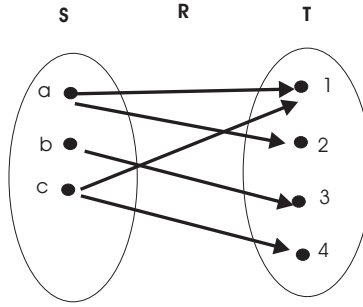
**FIGURE 7.** Cas 2,  $R \in S \leftrightarrow T$ , Relation quelconque de S vers T et de T vers R

$$S \xrightarrow[g(0)]{F(0)} T$$

**FIGURE 8.** en Z0



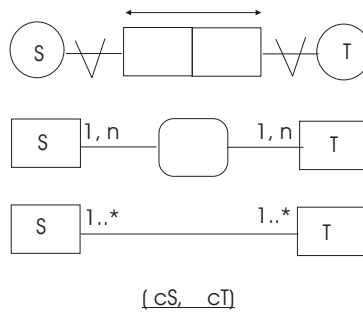
**FIGURE 9.** Cas 2,  $R \in S \leftrightarrow T$ , Relation quelconque de S vers T et de T vers R



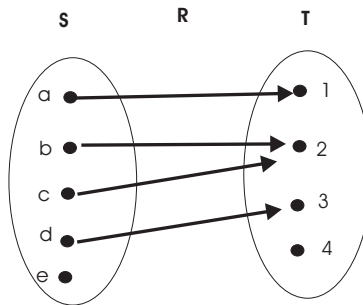
**FIGURE 10.** Cas 3,  $R \in S \leftrightarrow T \wedge \text{dom}(R) = S \wedge \text{ran}(R) = T$ , Relation quelconque de S vers T et de T vers R

$$S \xrightarrow[g(1)]{F(0)} T$$

**FIGURE 11.** en Z0



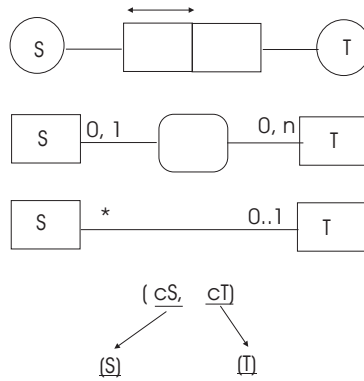
**FIGURE 12.** Cas 3,  $R \in S \leftrightarrow T \wedge \text{dom}(R) = S \wedge \text{ran}(R) = T$ , Relation quelconque de S vers T et de T vers R



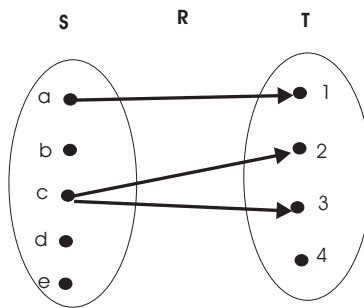
**FIGURE 13.** Cas 4,  $R \in S \rightarrow T$ , Fonction partielle de S vers T

$$S \xrightarrow[G(0)]{F(1)} T$$

**FIGURE 14.** en Z0



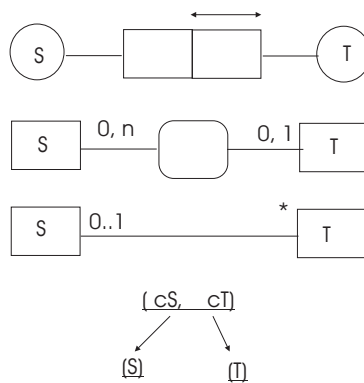
**FIGURE 15.** Cas 4,  $R \in S \rightarrow T$ , Fonction partielle de S vers T



**FIGURE 16.** Cas 5,  $R^{-1} \in T \rightarrow S$ , Fonction partielle de T vers S

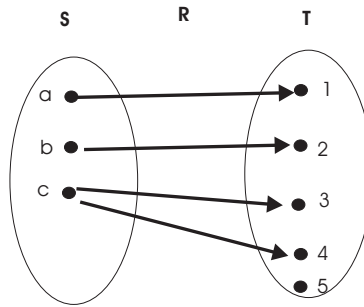
$$S \frac{F(1)}{G(1)} T$$

**FIGURE 17.** en Z0

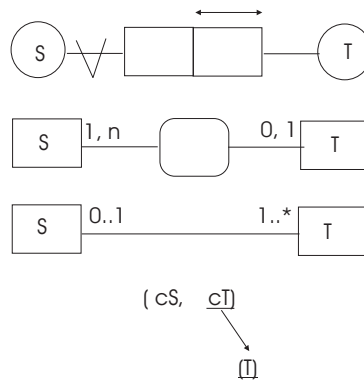


**FIGURE 18.** Cas 5,  $R^{-1} \in T \rightarrow S$ , Fonction partielle de T vers S

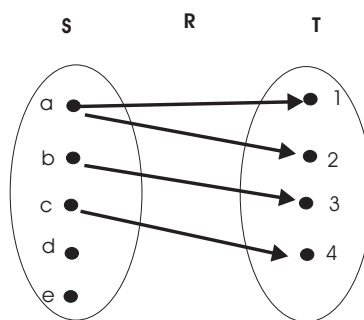




**FIGURE 19.** Cas 6,  $R^{-1} \in T \twoheadrightarrow S$ , Fonction partielle surjective de T vers S  
 $S \xrightarrow[g(0)]{F(0)} T$



**FIGURE 20.** Cas 6,  $R^{-1} \in T \twoheadrightarrow S$ , Fonction partielle surjective de T vers S



**FIGURE 21.** Cas 7,  $R^{-1} \in T \rightarrow S$ , Fonction totale de T vers S

$$S \xrightarrow[g(1)]{F(0)} T$$

**FIGURE 22.** en Z0

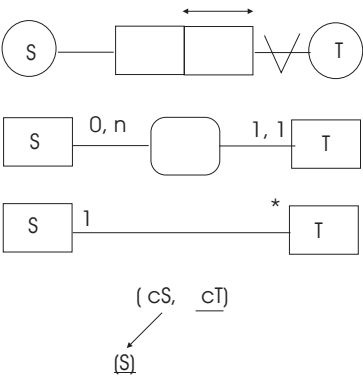


FIGURE 23. Cas 7,  $R^{-1} \in T \rightarrow S$ , Fonction totale de T vers S

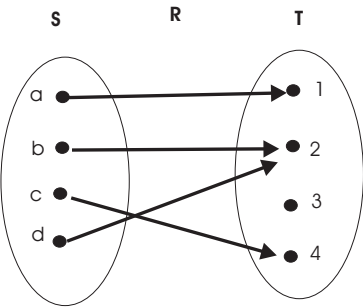


FIGURE 24. Cas 8,  $R \in S \rightarrow T$ , Fonction totale de S vers T

$$S \frac{f(0)}{G(0)} T$$

FIGURE 25. en Z0

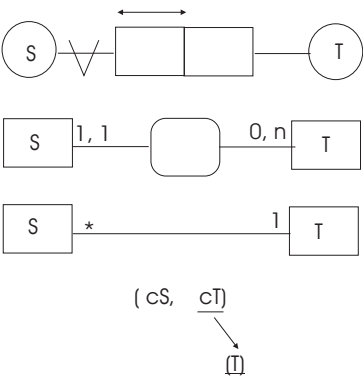


FIGURE 26. Cas 8,  $R \in S \rightarrow T$ , Fonction totale de S vers T

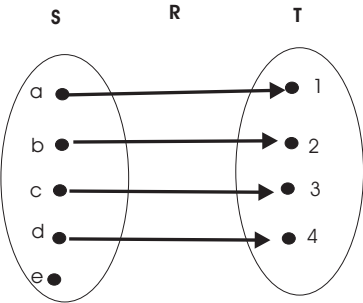
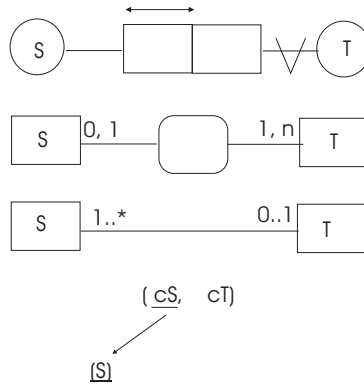


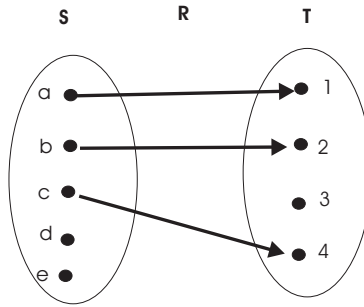
FIGURE 27. Cas 9,  $R \in S \twoheadrightarrow T$ , Fonction partielle surjective de S vers T

$$S \xrightarrow[f()]{g()} T$$

FIGURE 28. en Z0



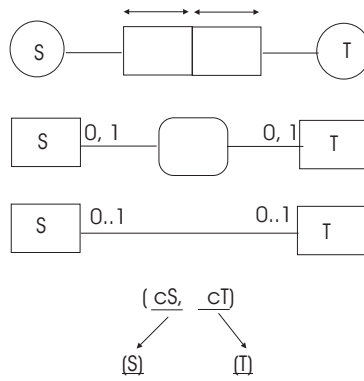
**FIGURE 29.** Cas 9,  $R \in S \twoheadrightarrow T$ , Fonction partielle surjective de S vers T



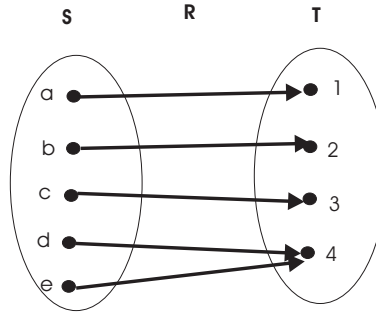
**FIGURE 30.** Cas 10,  $R \in S \rightarrowtail T$ , Fonction injective partielle de S vers T et de T vers S

$$S \xrightarrow[g(0)]{f(0)} T$$

**FIGURE 31.** en Z0



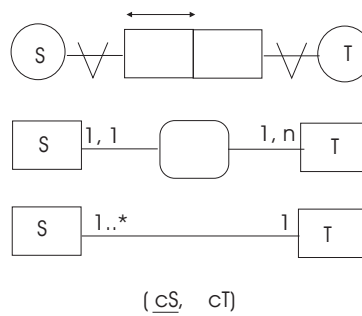
**FIGURE 32.** Cas 10,  $R \in S \rightarrowtail T$ , Fonction injective partielle de S vers T et de T vers S



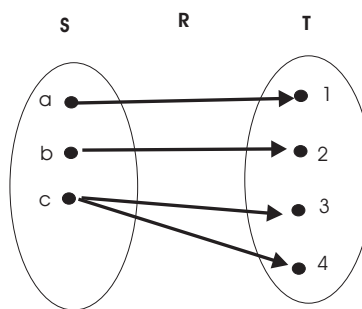
**FIGURE 33.** Cas 11,  $R \in S \twoheadrightarrow T$ , Fonction surjective totale de S vers T

$$S \xrightarrow[\overline{G(0)}]{f(1)} T$$

**FIGURE 34.** en Z0



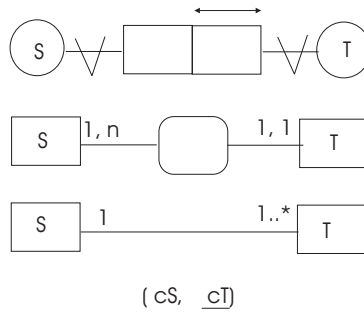
**FIGURE 35.** Cas 11,  $R \in S \twoheadrightarrow T$ , Fonction surjective totale de S vers T



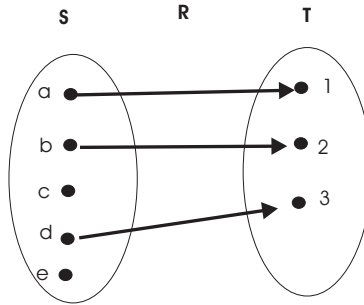
**FIGURE 36.** Cas 12,  $R^{-1} \in T \twoheadrightarrow S$ , Fonction surjective totale de T vers S

$$S \xrightarrow[\overline{G(0)}]{f(1)} T$$

**FIGURE 37.** en Z0



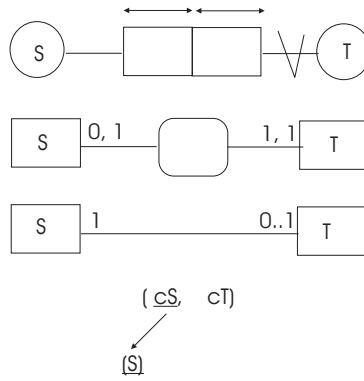
**FIGURE 38.** Cas 12,  $R^{-1} \in T \twoheadrightarrow S$ , Fonction surjective totale de T vers S



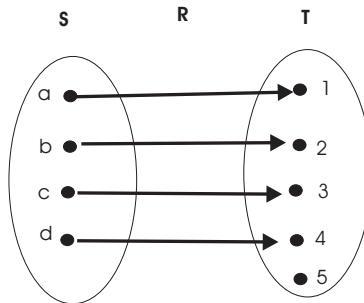
**FIGURE 39.** Cas 13,  $R^{-1} \in T \rightarrow S$ , Fonction injective totale de T vers S

$$S \xrightarrow[f(1)]{G(1)} T$$

**FIGURE 40.** en Z0



**FIGURE 41.** Cas 13,  $R^{-1} \in T \rightarrow S$ , Fonction injective totale de T vers S



**FIGURE 42.** Cas 14,  $R \in S \rightarrow T$ , Fonction injective totale

$$S \frac{f(0)}{g(0)} T$$

FIGURE 43. en Z0

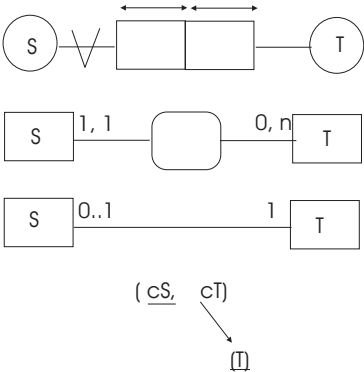


FIGURE 44. Cas 14,  $R \in S \rightarrow T$ , Fonction injective totale

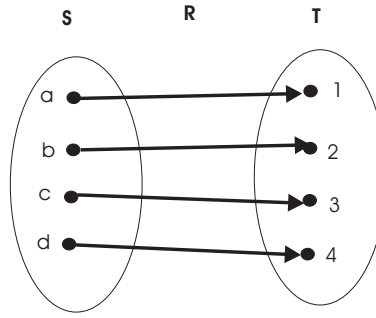


FIGURE 45. Cas 15,  $R \in S \rightarrow T$ , Fonction bijective

$$S \xrightarrow[g(1)]{f(1)} T$$

FIGURE 46. en Z0

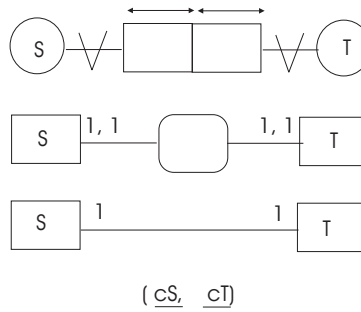


FIGURE 47. Cas 15,  $R \in S \rightarrow T$ , Fonction bijective

## 4 La notation Oc

### 4.1 Un emprunt à la notation NIAM

Je pense que vous conviendrez que la notation la plus simple est la notation NIAM : deux symboles graphiques et un schéma “lisible” à condition bien sûr qu’on écrive les phrases pour une lecture de l’idée type dans les deux sens (voir figure 48). On conseille de fournir plusieurs formulations d’un même schéma (comme on peut en faire en écriture en logique des prédicats). Ces écritures peuvent même être produites automatiquement. Prenons un exemple simple<sup>49</sup>.

### 4.2 La notation Oc

C’est un clin d’oeil à Guillaume d’Occam, celui qui a donné (on lui a pris!) son nom au langage de programmation Occam. *Pluralitas non est ponenda sine necessitate*. Nous proposons de remplacer la notation de Z et de B pour les fonctions par la notation Oc. Elle n’a rien à voir bien sûr avec le langage de nos ancêtres, l’occitan limousin et périgourdin! Elle utilise deux contraintes et donc deux signes! celle de totalité (avec le signe du quantificateur universel) et celle de fonction (avec la flèche). Nous utilisons la notation ASCII, qui existe aussi pour B.



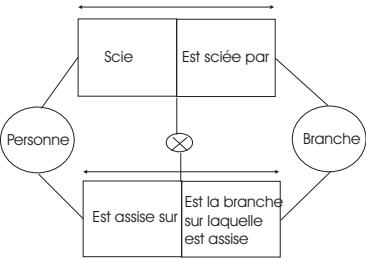
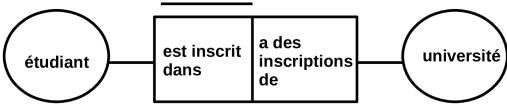


FIGURE 48. On ne scie pas la branche sur laquelle on est assis



Tout étudiant qui est inscrit dans une université est inscrit dans une seule université.

Tout étudiant n'est pas inscrit dans plus d'une université

Il peut y avoir des étudiants inscrits dans aucune université

Certaines universités ont des inscriptions de plusieurs étudiants, éventuellement d'un seul

Toutes université peut ne pas avoir d'inscription d'étudiant

FIGURE 49. Lectures en français

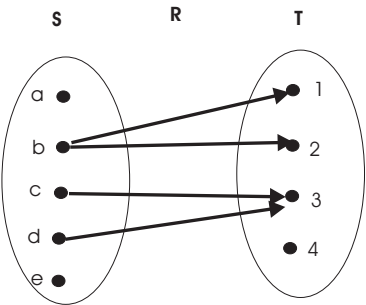
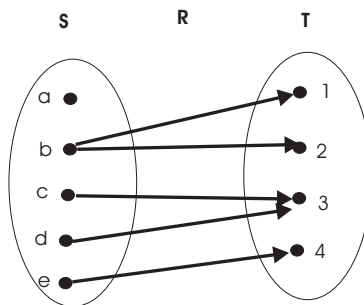


FIGURE 50. Cas 0,  $R \in S \leftrightarrow T$ , Relation quelconque de  $S$  vers  $T$  et de  $T$  vers  $R$

S-----T

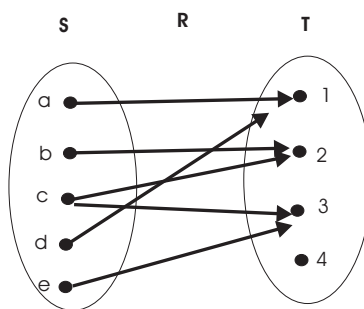
FIGURE 51. en Oc



**FIGURE 52.** Cas 1,  $R \in S \leftrightarrow T \wedge \text{ran}(R) = T$ , Relation quelconque de S vers T et de T vers R

S-----V-T

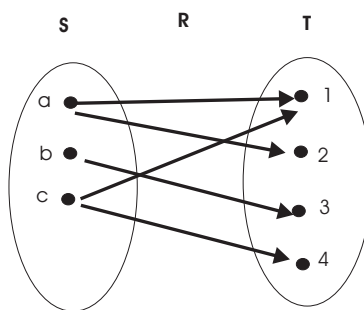
**FIGURE 53.** en Oc



**FIGURE 54.** Cas 2,  $R \in S \leftrightarrow T$ , Relation quelconque de S vers T et de T vers R

S-V-----T

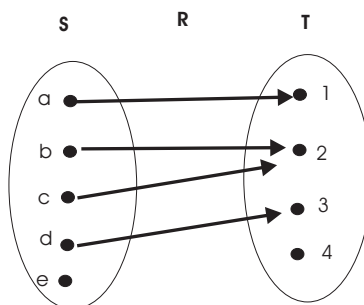
**FIGURE 55.** en Oc



**FIGURE 56.** Cas 3,  $R \in S \leftrightarrow T \wedge \text{dom}(R) = S \wedge \text{ran}(R) = T$ , Relation quelconque de S vers T et de T vers R

S-V---V-T

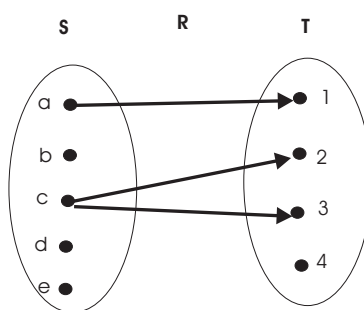
**FIGURE 57.** en Oc



**FIGURE 58.** Cas 4,  $R \in S \rightarrow T$ , Fonction partielle de S vers T

S----->T

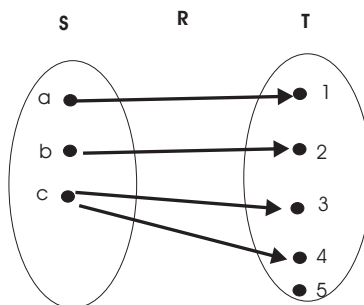
**FIGURE 59.** en Oc



**FIGURE 60.** Cas 5,  $R^{-1} \in T \rightarrow S$ , Fonction partielle de T vers S

S<-----T

**FIGURE 61.** en Oc



**FIGURE 62.** Cas 6,  $R^{-1} \in T \twoheadrightarrow S$ , Fonction partielle surjective de T vers S

S----->T

**FIGURE 63.** en Oc

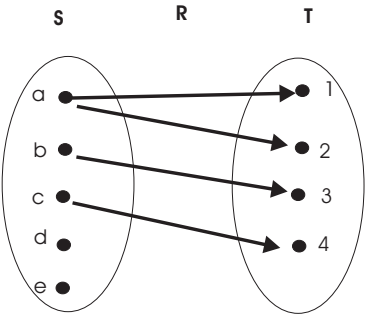


FIGURE 64. Cas 7,  $R^{-1} \in T \rightarrow S$ , Fonction totale de T vers S

S<----V-T

FIGURE 65. en Oc

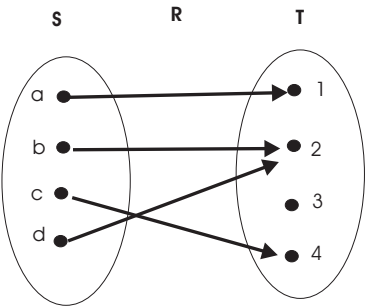


FIGURE 66. Cas 8,  $R \in S \rightarrow T$ , Fonction totale de S vers T

$S-V----->T$

FIGURE 67. en Oc

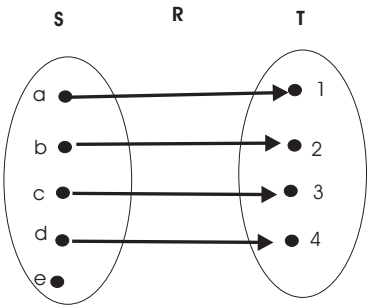
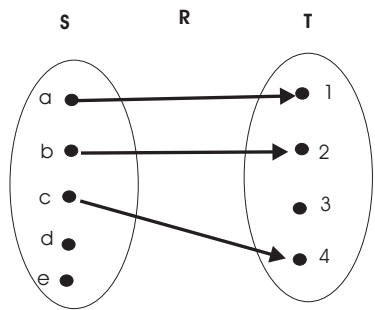


FIGURE 68. Cas 9,  $R \in S \twoheadrightarrow T$ , Fonction partielle surjective de S vers T

$S-----V->T$

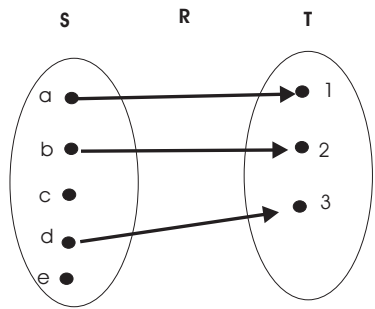
FIGURE 69. en Oc



**FIGURE 70.** Cas 10,  $R \in S \rightarrowtail T$ , Fonction injective partielle de S vers T et de T vers S

$$S \dashrightarrow T$$

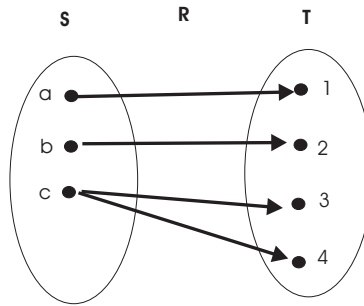
**FIGURE 71.** en Oc



**FIGURE 72.** Cas 11,  $R \in S \twoheadrightarrow T$ , Fonction surjective totale de S vers T

$$S \dashv \dashrightarrow T$$

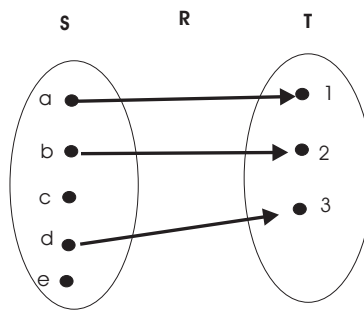
**FIGURE 73.** en Oc



**FIGURE 74.** Cas 12,  $R^{-1} \in T \twoheadrightarrow S$ , Fonction surjective totale de T vers S

$$S \leftarrow V \dashrightarrow V \dashrightarrow T$$

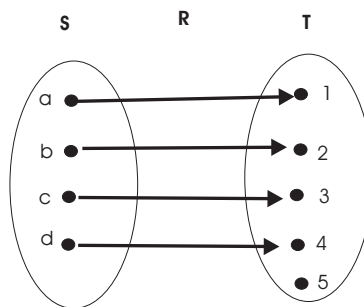
**FIGURE 75.** en Oc



**FIGURE 76.** Cas 13,  $R^{-1} \in T \hookrightarrow S$ , Fonction injective totale de T vers S

$$S \leftarrow \dashrightarrow \dashrightarrow V \dashrightarrow T$$

**FIGURE 77.** en Oc



**FIGURE 78.** Cas 14,  $R \in S \hookrightarrow T$ , Fonction injective totale

$$S \leftarrow V \dashrightarrow \dashrightarrow \dashrightarrow T$$

**FIGURE 79.** en Oc

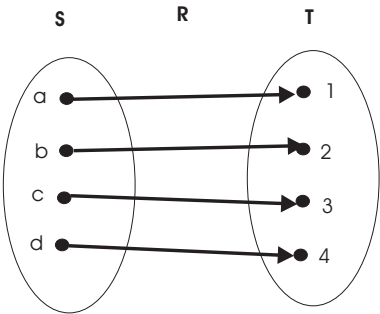


FIGURE 80. Cas 15,  $R \in S \rightarrow T$ , Fonction bijective

$$S \leftarrow V \dashrightarrow V \rightarrow T$$

FIGURE 81. en Oc