

# Les mathématiques du jonglage

## De quoi s'arracher les cheveux ?

David JULIEN  
david.julien@univ-nantes.fr

Nantes Université - LS2N (VELO)

Réunion d'équipe - 9 oct. 2025



# Un art ancien

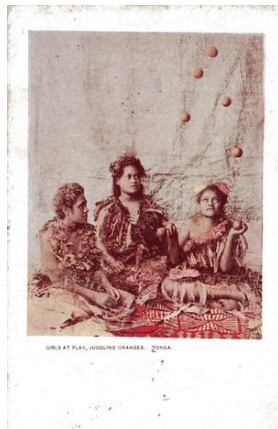


*The three jugglers are just some of the ancient*

Une fresque murale  
égyptienne, ca. 2000 av.  
J.C.



Un vase grec, ca. 470 av.  
J.C.



Jongleuses d'oranges du  
royaume Tonga (Polynésie),  
ca. 1900.

# Du jonglage avec des maths ?

## Le problème

- le motif "classique" de jonglage par échange de site (*siteswap*) à 3 balles ne fonctionne pas à 2 ou 4 balles;
- le motif "classique" à 4 balles ne fonctionne pas à 3 balles.

# Du jonglage avec des maths ?

## Le problème

- le motif "classique" de jonglage par échange de site (*siteswap*) à 3 balles ne fonctionne pas à 2 ou 4 balles;
- le motif "classique" à 4 balles ne fonctionne pas à 3 balles.

# Du jonglage avec des maths ?

## Le problème

- le motif "classique" de jonglage par échange de site (*siteswap*) à 3 balles ne fonctionne pas à 2 ou 4 balles;
- le motif "classique" à 4 balles ne fonctionne pas à 3 balles.

→ prouver qu'un motif est jonglable ?

# Définir un formalisme

## Notation *siteswap*

- lancers asynchrones (alternance G/D);
- une balle par lancer;
- on ne considère que le temps passé en l'air;

# Définir un formalisme

## Notation *siteswap*

- lancers asynchrones (alternance G/D);
- une balle par lancer;
- on ne considère que le temps passé en l'air;

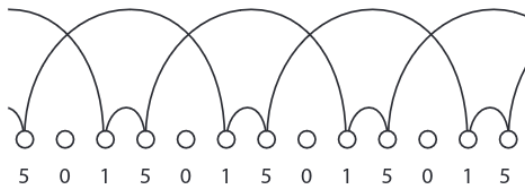


Diagramme plat (source: Polster 2003 [2]).

# Définir un formalisme

## Notation *siteswap*

- lancers asynchrones (alternance G/D);
- une balle par lancer;
- on ne considère que le temps passé en l'air;

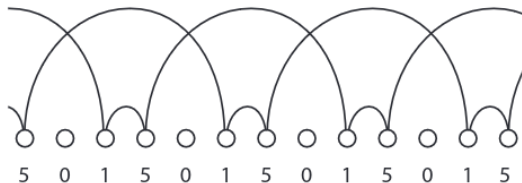
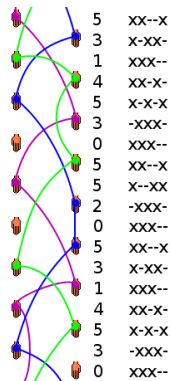


Diagramme plat (source: Polster 2003 [2]).



Un diagramme de jonglage (source: Wikipedia).



# Un motif est-il jonglable ?

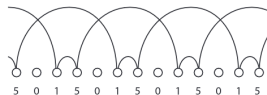


Diagramme plat (source:  
Polster 2003 [2]).

# Un motif est-il jonglable ?

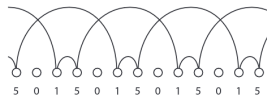


Diagramme plat (source:  
Polster 2003 [2]).



Un autre diagramme plat  
(source: Polster 2003 [2]).

# Un motif est-il jonglable ?

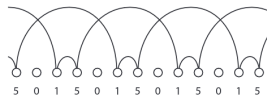


Diagramme plat (source: Polster 2003 [2]).



Un autre diagramme plat (source: Polster 2003 [2]).

## Définition

Soit  $t_1, t_2, \dots, t_n$  un motif périodique, de période  $n$ .  
On appelle *séquence de test* la séquence suivante:

$$t_1 \bmod n, t_2 + 1 \bmod n, \dots, t_n + (n-1) \bmod n.$$

## Théorème

Soit  $m = t_1, t_2, \dots, t_n$  motif périodique.  
Le motif est jonglable si et seulement si tous les nombres de la séquence de test associée à  $m$  sont différents.

## Construire des motifs ?



L'opération de transfert de tempo.

# Construire des motifs ?

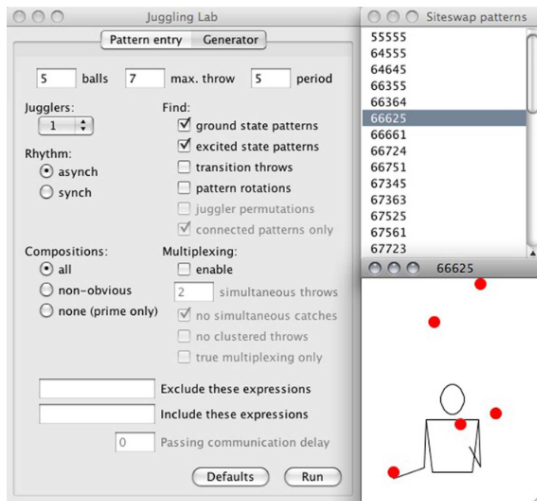


L'opération de transfert de tempo.

## Théorème

Tout motif de jonglage peut-être modifié en une séquence constante via les opérations de transfert et de permutation cyclique des tempos.

# Construire des motifs.

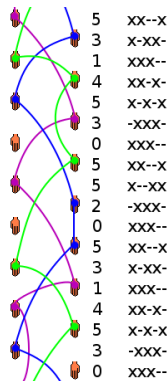


Interface du logiciel *Juggling Lab* qui permet de créer des motifs de jonglage.

# Mais si on est coiffeur·se ?

Théorème (simplifié) (voir [1], Cor. 6)

Pour tout nattage, il existe un motif de jonglage correspondant.



Un diagramme de jonglage (source: Wikipedia).

Mais si on est coiffeur·se ?

Théorème (simplifié) (voir [1], Cor. 6)

Pour tout nattage, il existe un motif de jonglage correspondant.

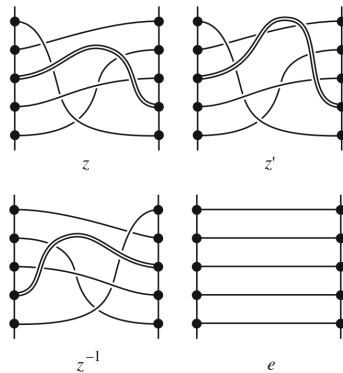
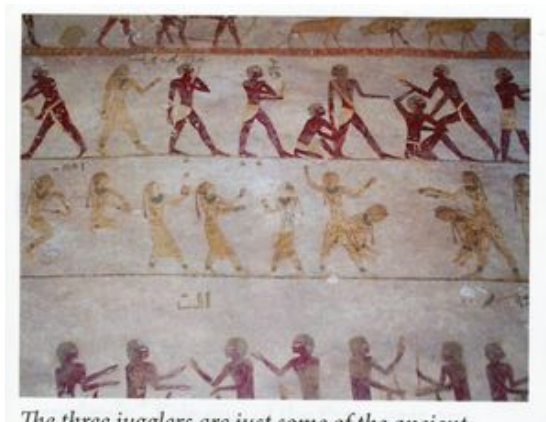


FIGURE 7.5. Four 5-braids.

Plusieurs motifs de nattage [2].



# Merci



# Bibliography

- [1] Satyan L. Devadoss and John Mugno. “Juggling braids and links”. In: *The Mathematical Intelligencer* (2006). DOI: 10.48550/ARXIV.MATH/0602476.
- [2] Burkard Polster. *The Mathematics of Juggling*. New York, NY, USA: Springer, 2003. ISBN: 978-0-387-22748-1. DOI: 10.1007/b98883. URL: <https://link.springer.com/book/10.1007/b98883>.