

Les mathématiques du jonglage

De quoi s'arracher les cheveux ?

David JULIEN

david.julien@univ-nantes.fr

Nantes Université - LS2N (VELO)

Réunion d'équipe - 9 oct. 2025



Un art ancien

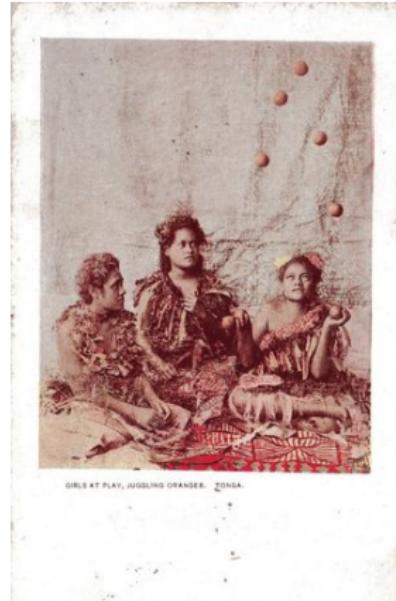


The three images are just some of the ancient

Une fresque murale
égyptienne, ca. 2000 av.
J.C.



Un vase grec, ca. 470 av.
J.C.



Jongleuses d'oranges du
royaume Tonga (Polynésie),
ca. 1900.

Du jonglage avec des maths ?

Le problème

- le motif "classique" de jonglage par échange de site (*siteswap*) à 3 balles ne fonctionne pas à 2 ou 4 balles;
- le motif "classique" à 4 balles ne fonctionne pas à 3 balles.

Du jonglage avec des maths ?

Le problème

- le motif "classique" de jonglage par échange de site (*siteswap*) à 3 balles ne fonctionne pas à 2 ou 4 balles;
- le motif "classique" à 4 balles ne fonctionne pas à 3 balles.

Du jonglage avec des maths ?

Le problème

- le motif "classique" de jonglage par échange de site (*siteswap*) à 3 balles ne fonctionne pas à 2 ou 4 balles;
- le motif "classique" à 4 balles ne fonctionne pas à 3 balles.

→ prouver qu'un motif est jonglable ?

Définir un formalisme

Notation *siteswap*

- lancers asynchrones (alternance G/D);
- une balle par lancer;
- on ne considère que le temps passé en l'air;

Définir un formalisme

Notation *siteswap*

- lancers asynchrones (alternance G/D);
 - une balle par lancer;
 - on ne considère que le temps passé en l'air;

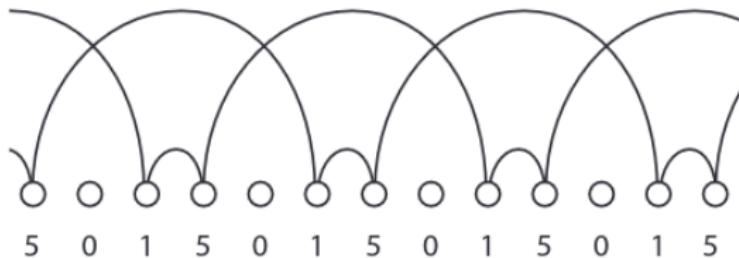


Diagramme plat (source: Polster 2003 [2]).

Définir un formalisme

Notation *siteswap*

- lancers asynchrones (alternance G/D);
- une balle par lancer;
- on ne considère que le temps passé en l'air;

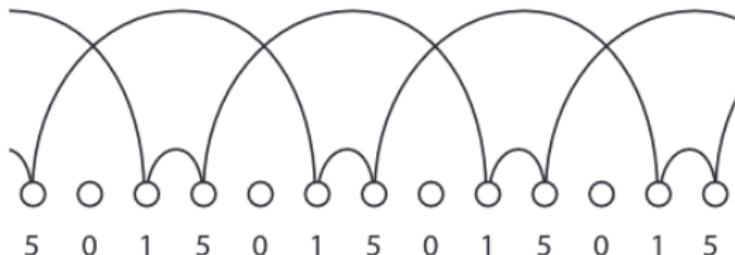
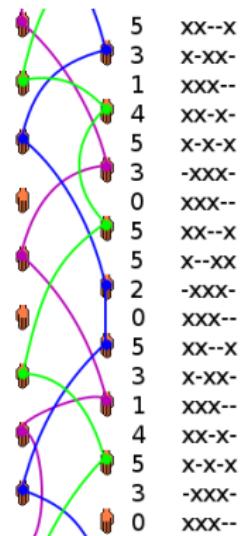


Diagramme plat (source: Polster 2003 [2]).



Un diagramme de jonglage
(source: Wikipedia).

Un motif est-il jonglable ?

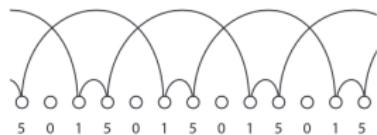


Diagramme plat (source:
Polster 2003 [2]).

Un motif est-il jonglable ?

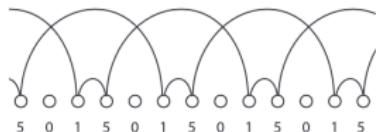
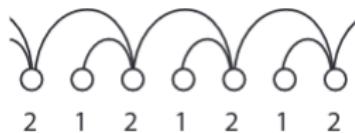


Diagramme plat (source:
Polster 2003 [2]).



Un autre diagramme plat
(source: Polster 2003 [2]).

Un motif est-il jonglable ?

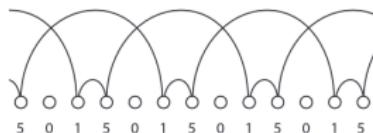


Diagramme plat (source: Polster 2003 [2]).

Définition

Soit t_1, t_2, \dots, t_n un motif périodique, de période n . On appelle *séquence de test* la séquence suivante:

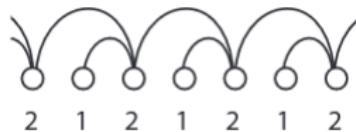
$$t_1 \pmod{n}, t_2 + 1 \pmod{n}, \dots, t_n + (n-1) \pmod{n}.$$

Théorème

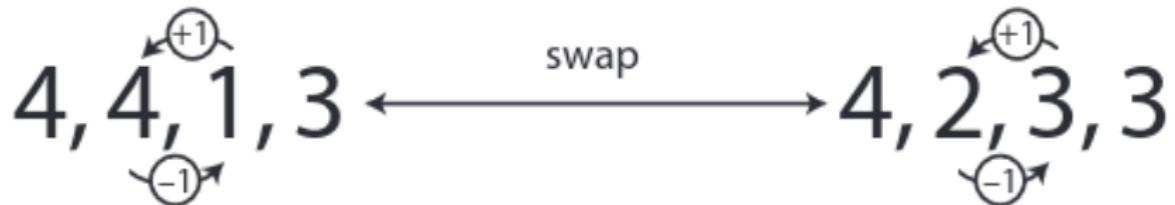
Soit $m = t_1, t_2, \dots, t_n$ motif périodique.

Le motif est jonglable si et seulement si tous les nombres de la séquence de test associée à m sont différents.

Un autre diagramme plat (source: Polster 2003 [2]).

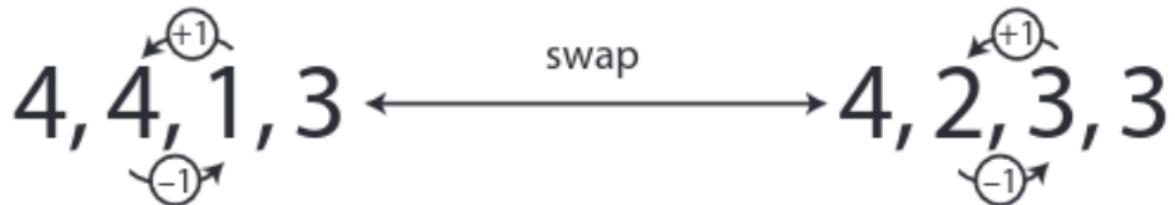


Construire des motifs ?



L'opération de transfert de tempo.

Construire des motifs ?

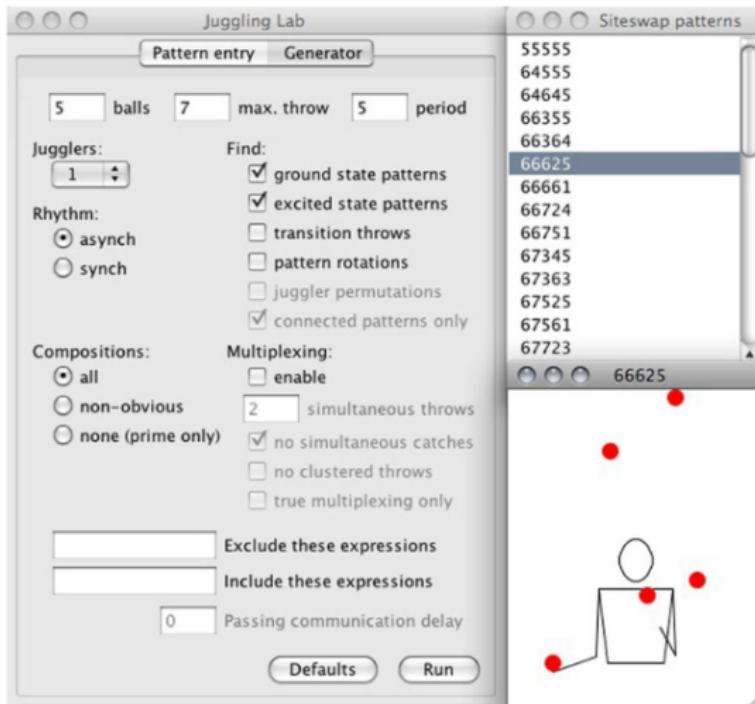


L'opération de transfert de tempo.

Théorème

Tout motif de jonglage peut-être modifié en une séquence constante via les opérations de transfert et de permutation cyclique des temps.

Construire des motifs.

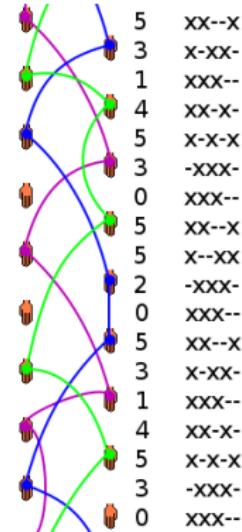


Interface du logiciel *Juggling Lab* qui permet de créer des motifs de jonglage.

Mais si on est coiffeur·se ?

Théorème (simplifié) (voir [1], Cor. 6)

Pour tout nattage, il existe un motif de jonglage correspondant.



Un diagramme de jonglage (source: Wikipedia).

Mais si on est coiffeur·se ?

Théorème (simplifié) (voir [1], Cor. 6)

Pour tout nattage, il existe un motif de jonglage correspondant.

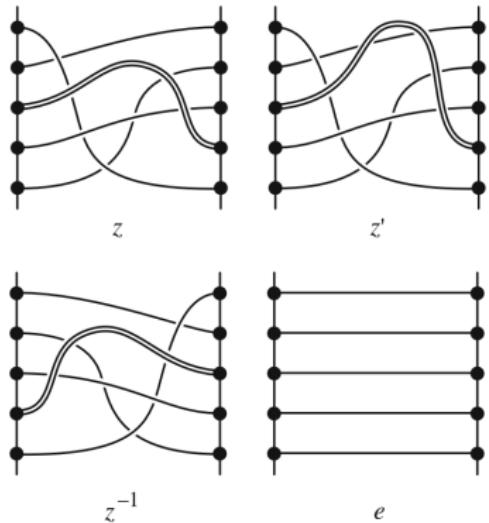


FIGURE 7.5. Four 5-braids.

Plusieurs motifs de nattage [2].

Merci



The three jugglers are just some of the ancient

Bibliography

- [1] Satyan L. Devadoss and John Mugno. “Juggling braids and links”. In: *The Mathematical Intelligencer* (2006). DOI: 10.48550/ARXIV.MATH/0602476.
- [2] Burkard Polster. *The Mathematics of Juggling*. New York, NY, USA: Springer, 2003. ISBN: 978-0-387-22748-1. DOI: 10.1007/b98883. URL: <https://link.springer.com/book/10.1007/b98883>.