

Impact des perturbations climatiques et anthropiques sur la dynamique des écosystèmes forestiers boréaux : une approche par modélisation hybride

Sully Mak

Laboratoire des Sciences du Numérique de Nantes – Équipe VELO

Encadrement: Benoît Delahaye et Guillaume Cantin



- ▶ Introduction

 - Contexte

 - Objectifs

- ▶ Modèle hybride

 - Processus déterministe et probabiliste

 - Résultats et simulations

- ▶ Vérification de modèle statistique et paramétrique

 - Abstraction et méthode

 - Approximation par morceau

- ▶ Conclusion et perspectives

► Introduction

Contexte de la forêt boréale

- Près d'un tiers des zones forestières de la planète.
- La moitié du stock total de carbone terrestre de la planète.
- Composée principalement de conifères et quelques feuillus.



Figure 1: Répartition de la forêt boréale.

Contexte de la forêt boréale

► De nombreux effets du dérèglement climatique observés:

- Augmentation de la fréquence et de l'intensité des mégafeux [Jain et al., 2024].
- décalage entre niche climatique et distribution réelle des forêts.

► L'exploitation intensive a fragilisé durablement l'équilibre de la forêt [Boucher et al., 2024].

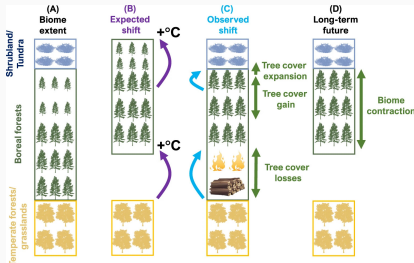


Figure 2: Hypothèses des changements dans la répartition des biomes [Rotbarth et al., 2023].

Objectifs des travaux de thèse

- Mieux comprendre **les** réponses de la forêt boréale aux conséquences du dérèglement climatique.
- Formulation d'un modèle hybride combinant deux aspects: la dynamique forestière (continue) et les régimes de perturbations (discrets et probabilistes).
- Élaborer des outils d'analyse pour mesurer l'ensemble des trajectoires du modèle.



► **Modèle hybride**

Modèle: partie déterministe

- On modélise la compétition entre la forêt boréale et la forêt tempérée par un système de réaction-diffusion inspiré de [Kuznetsov et al., 1994]:

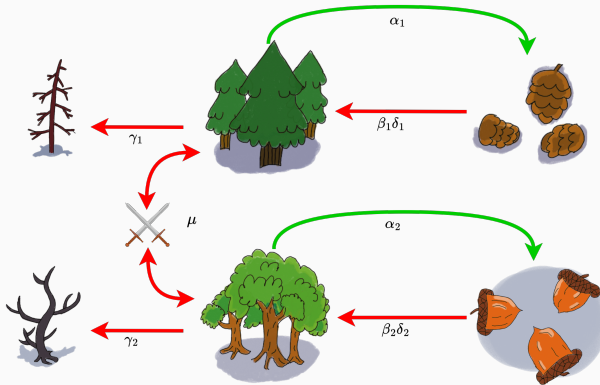


Figure 3: Schéma du principe du modèle.

Modèle: partie déterministe

On considère:

- u_1 la densité de conifères.
- w_1 la densité de graines de conifères.
- u_2 la densité de feuillus.
- w_2 la densité de graines de feuillus.

$U = (u_1, w_1, u_2, w_2)^\top$ suit le système suivant:

$$\frac{\partial U}{\partial t}(t, x) = D\Delta U(t, x) + F(U), \quad t > 0, x \in \Omega. \quad (1)$$

Théorème

Pour une condition initiale donnée, le système de réaction-diffusion (1) admet une solution unique et globale.

Plusieurs comportements possibles:

- Extinction des deux forêts.
- Persistance des deux forêts.
- Invasion d'une forêt par l'autre.

Théorème

Pour un régime de paramètres donné, l'extinction des deux forêts est instable. [Mak et al., 2026]

Simulations: stabilisation de l'extinction

- On note $\|U(t, x)\|_X$ la distance de la forêt depuis le point d'extinction.
- Pour différentes valeurs de la probabilité de mégafeux p et de leur intensité I , les feux stabilisent l'extinction.

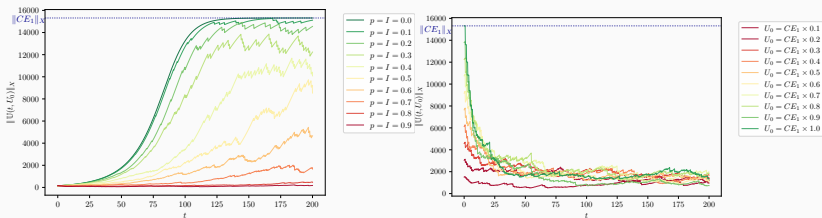


Figure 5: Évolution de $\|U(t, x)\|_X$ selon différentes valeurs de p et de l'état initial U_0 .

Simulations: génération de patches

► Le modèle peut générer des motifs hétérogènes.

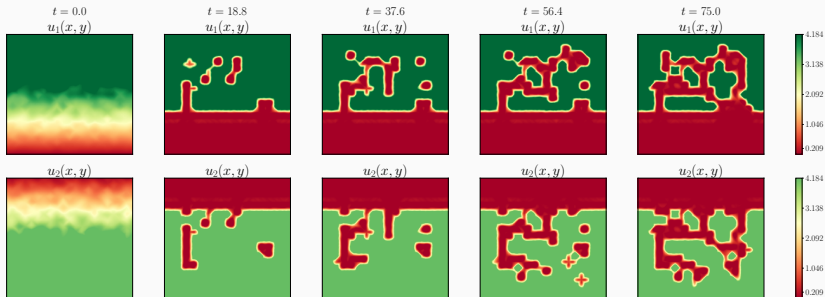


Figure 6: Représentation 2D au cours du temps de l'évolution des densités de la forêt boréale (1ère ligne) et tempérée (2ème ligne).



Figure 7: Vue aérienne d'une portion de la Forêt d'Enseignement et de Recherche du Lac Duparquet montrant des motifs hétérogènes (©J.Lesven, mars 2026).

► Vérification de modèle statistique et paramétrique

Vérification de modèle statistique et paramétrique

- ▶ Pas d'outils d'analyse mathématique permettant d'étudier les comportements du modèle en fonction de la probabilité de mégafeux p .
 - ▶ Peu d'études en vérifications de modèles se portent sur les modèles fondés sur les EDP.
- Vérification de modèle statistique et paramétrique pour étudier la probabilité de satisfaction d'une propriété du modèle.

Vérification de modèle statistique et paramétrique

- Pour simplifier, on suppose que les feux agissent sur toute la forêt.
- On cherche à étudier les comportements du modèle en fonction de la probabilité de mégafeux p .
- Abstraction du modèle en chaîne de Markov à temps discret, à chaque itération du processus probabiliste.

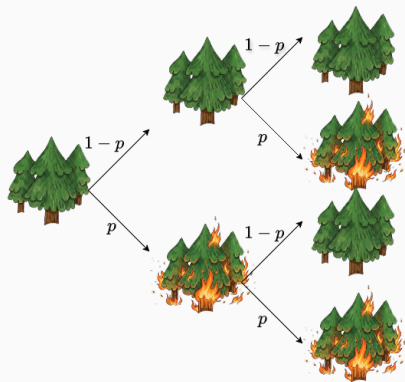


Figure 8: Abstraction du modèle en chaîne de Markov à temps discret, exemple pour 2 itérations.

Approximation de la probabilité d'extinction

- ▶ On cherche à approximer la probabilité d'extinction de la forêt en fonction de la probabilité de mégafeux p :
- ▶ Construction d'un polynôme qui approxime la probabilité d'extinction en fonction de p ($\Pr(p)$).
- ▶ On utilise les notations suivantes:
 - ω_i une trajectoire tirée du modèle.
 - $r(\omega_i)$ une fonction de récompense.
 - $\Pr(\omega_i)$ la mesure de probabilité paramétrique de ω_i . (en fonction de p)
 - $P_q(\omega_i)$ la mesure de probabilité de ω_i , avec $p = q$.

- La démarche de base repose sur une méthode de Monte Carlo:

$$\widehat{\Pr}(p) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Pr(\omega_i) r(\omega_i)$$

.

- La démarche de base repose sur une méthode de Monte Carlo:

$$\widehat{\text{Pr}}(p) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{\text{Pr}(\omega_i)}{P_q(\omega_i)} r(\omega_i)$$

.

- On utilise l'échantillonnage préférentiel [Jégourel et al., 2013] pour pouvoir simuler des trajectoires.
- En notant Y_i la variable aléatoire associée à $\frac{\text{Pr}(\omega_i)}{P_q(\omega_i)} r(\omega_i)$, on en déduit un intervalle paramétrique de niveau de confiance $2\phi(z) - 1$:

$$\widehat{I}(p) = \left[\widehat{\text{Pr}}(p) - z \frac{\widehat{\sigma}(p)}{\sqrt{n}}, \widehat{\text{Pr}}(p) + z \frac{\widehat{\sigma}(p)}{\sqrt{n}} \right],$$

avec $\widehat{\sigma}^2$ l'estimateur de la variance de Y_i , ϕ la densité de probabilité de la loi normale standard.

- L'intervalle de confiance paramétrique n'est pas borné.

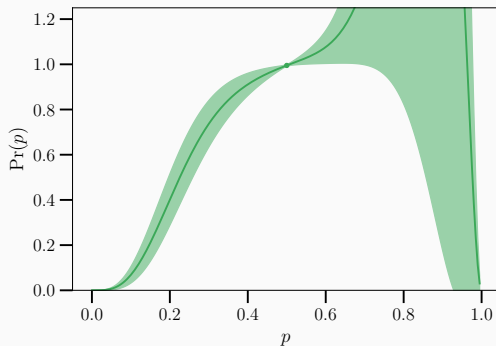


Figure 9: Polynôme d'approximation de Pr et son intervalle de confiance à 95%.

- L'intervalle de confiance paramétrique n'est pas borné.

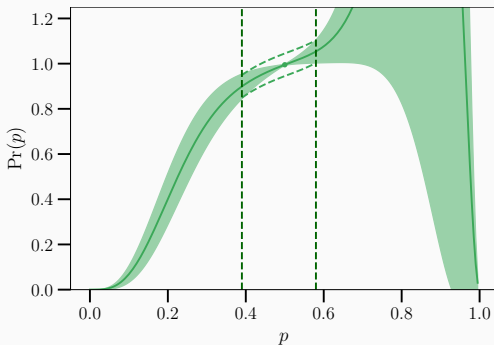


Figure 9: Polynôme d'approximation de $\Pr$ et son intervalle de confiance à 95%.

- On cherche à borner l'intervalle de confiance.

Ajout de garanties de précision

- ▶ On pose une précision $\varepsilon = 0.05$, $n = 1199$ et un niveau de confiance $1 - 2\phi(1.96) = 0.95$.
- ▶ Dès que l'intervalle de confiance franchit un seuil de précision, on calcule un nouveau polynôme.
- ▶ On raccorde les polynômes pour obtenir un polynôme par morceau.

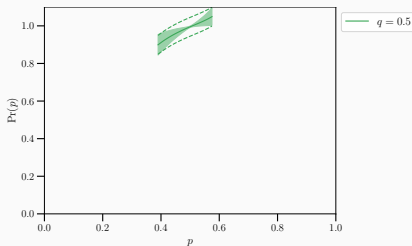


Figure 10: Approximation de la probabilité d'extinction de la forêt.

Ajout de garanties de précision

- ▶ On pose une précision $\varepsilon = 0.05$, $n = 1199$ et un niveau de confiance $1 - 2\phi(1.96) = 0.95$.
- ▶ Dès que l'intervalle de confiance franchit un seuil de précision, on calcule un nouveau polynôme.
- ▶ On raccorde les polynômes pour obtenir un polynôme par morceau.

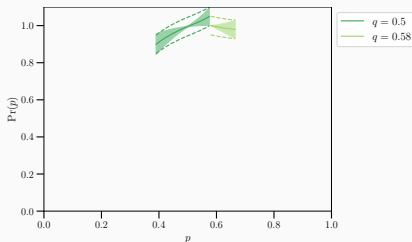


Figure 10: Approximation de la probabilité d'extinction de la forêt.

Ajout de garanties de précision

- On pose une précision

$\varepsilon = 0.05$, $n = 1199$ et un niveau de confiance

$$1 - 2\phi(1.96) = 0.95.$$

- Dès que l'intervalle de confiance franchit un seuil de précision, on calcule un nouveau polynôme.

- On raccorde les polynômes pour obtenir un polynôme par morceau.

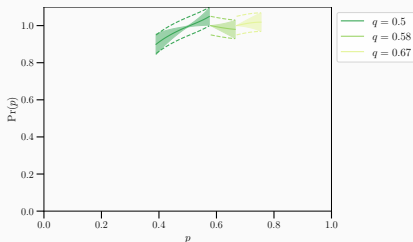


Figure 10: Approximation de la probabilité d'extinction de la forêt.

Ajout de garanties de précision

► On pose une précision

$\varepsilon = 0.05$, $n = 1199$ et un niveau de confiance

$$1 - 2\phi(1.96) = 0.95.$$

► Dès que l'intervalle de confiance franchit un seuil de précision, on calcule un nouveau polynôme.

► On raccorde les polynômes pour obtenir un polynôme par morceau.

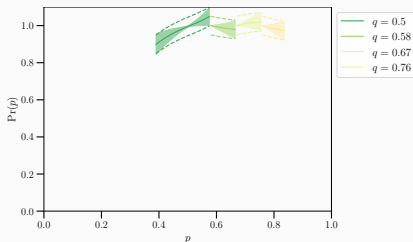


Figure 10: Approximation de la probabilité d'extinction de la forêt.

Ajout de garanties de précision

► On pose une précision

$\varepsilon = 0.05$, $n = 1199$ et un niveau de confiance

$$1 - 2\phi(1.96) = 0.95.$$

► Dès que l'intervalle de confiance franchit un seuil de précision, on calcule un nouveau polynôme.

► On raccorde les polynômes pour obtenir un polynôme par morceau.

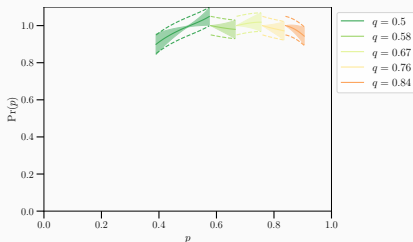


Figure 10: Approximation de la probabilité d'extinction de la forêt.

Ajout de garanties de précision

► On pose une précision

$\varepsilon = 0.05$, $n = 1199$ et un niveau de confiance

$$1 - 2\phi(1.96) = 0.95.$$

► Dès que l'intervalle de confiance franchit un seuil de précision, on calcule un nouveau polynôme.

► On raccorde les polynômes pour obtenir un polynôme par morceau.

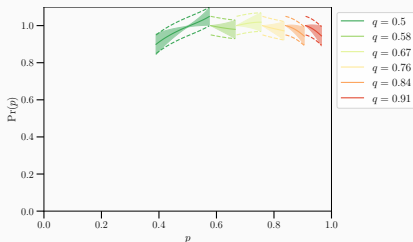


Figure 10: Approximation de la probabilité d'extinction de la forêt.

Ajout de garanties de précision

► On pose une précision

$\varepsilon = 0.05$, $n = 1199$ et un niveau de confiance

$$1 - 2\phi(1.96) = 0.95.$$

► Dès que l'intervalle de confiance franchit un seuil de précision, on calcule un nouveau polynôme.

► On raccorde les polynômes pour obtenir un polynôme par morceau.

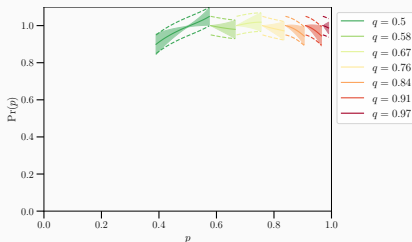


Figure 10: Approximation de la probabilité d'extinction de la forêt.

Ajout de garanties de précision

► On pose une précision $\varepsilon = 0.05$, $n = 1199$ et un niveau de confiance

$$1 - 2\phi(1.96) = 0.95.$$

► Dès que l'intervalle de confiance franchit un seuil de précision, on calcule un nouveau polynôme.

► On raccorde les polynômes pour obtenir un polynôme par morceau.

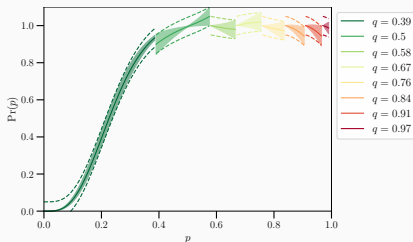


Figure 10: Approximation de la probabilité d'extinction de la forêt.

Résultats

- Le polynôme par morceau permet d'obtenir un intervalle de confiance borné pour toute valeur de p .

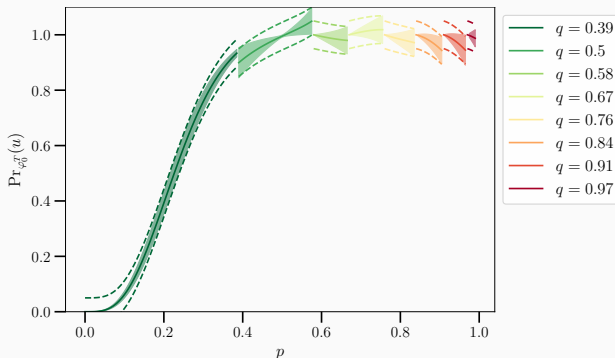


Figure 11: Approximation de la probabilité d'extinction de la forêt boréale et tempérée.

► Conclusion et perspectives

Conclusion et perspectives

Plusieurs apports:

► en modélisation:

- un modèle hybride combinant des mécaniques déterministes et probabilistes,
- permet de reproduire des trajectoires d'intérêt,
- permet d'étudier l'apparition de motifs spatiaux.

► en vérification de modèle statistique et paramétrique:

- abstraction d'une modèle hybride EDP,
- construction d'un polynôme par morceau paramétrique,
- estimation d'une probabilité de satisfaire une propriété avec une précision et une confiance fixée.

Conclusion et perspectives

- ▶ Plusieurs axes sont ouverts,
- ▶ en modélisation:
 - confrontation du modèle à des données,
 - étude de l'apparition des motifs.
- ▶ en analyse formelle:
 - extension de la méthode à plus de paramètres,
 - réduction du coût de calcul,
 - recherche de biais optimaux.

Merci à vous pour votre attention !



Bao, R., Attiogbe, C., Delahaye, B., Fournier, P., and Lime, D. (2019).

Parametric Statistical Model Checking of UAV Flight Plan.

In 39th International Conference on Formal Techniques for Distributed Objects, Components, and Systems (FORTE), pages 57–74. Springer.



Boucher, Y., Perrault-Hébert, M., Arseneault, D., Boucher, J.-F., and Gauthier, S. (2024).

Shifting the boreal forest: Cumulative effects of forest management on old-growth forests and woodland caribou habitat in ontario and quebec.

Land, 13(1):6.



Jain, P., Barber, Q. E., Taylor, S. W., Whitman, E., Acuna, D. C., Boulanger, Y., Chavardès, R. D., Chen, J., Englefield,

P., Flannigan, M., Girardin, M. P., Hanes, C. C., Little, J., Morrison, K., Skakun, R. S., Thompson, D. K., Wang, X., and Parisien, M.-A. (2024).

Drivers and impacts of the record-breaking 2023 wildfire season in Canada.

Nature Communications, 15(1):51154.



Jégourel, C., Legay, A., and Sedwards, S. (2013).

Importance Splitting for Statistical Model Checking Rare Properties.

In *Computer Aided Verification (CAV)*, pages 576–591, Saint-Pétersbourg, Russia. Springer.



Kuznetsov, Y. A., Antonovsky, M. Y., Biktashev, V. N., and Aponina, E. A. (1994).

A Cross-Diffusion Model of Forest Boundary Dynamics.

Journal of Mathematical Biology, 32(3):219–232.



Mak, S., Cantin, G., and Delahaye, B. (2026).

A hybrid reaction-diffusion system to shed light on ecological transitions between boreal and temperate forests.

Discrete and Continuous Dynamical Systems Series S.

Submitted on 12 Jan 2026.



Rotbarth, R., Van Nes, E. H., Scheffer, M., et al. (2023).

Northern expansion is not compensating for southern declines in north american boreal forests.

Nature Communications, 14(3373).

Equations du modèle

$$\left\{ \begin{array}{ll} \frac{\partial u_1}{\partial t} = \beta_1 \delta_1 w_1 - u_1 \gamma_1(u_1, u_2) + \mu(x) u_1 u_2, & t > 0, \quad x \in \Omega, \\ \frac{\partial w_1}{\partial t} = d_1 \Delta w_1 - \beta_1 w_1 + \alpha_1 u_1, & t > 0, \quad x \in \Omega, \\ \frac{\partial u_2}{\partial t} = \beta_2 \delta_2 w_2 - u_2 \gamma_2(u_2, u_1) - \mu(x) u_1 u_2, & t > 0, \quad x \in \Omega, \\ \frac{\partial w_2}{\partial t} = d_2 \Delta w_2 - \beta_2 w_2 + \alpha_2 u_2, & t > 0, \quad x \in \Omega, \\ \frac{\partial w_1}{\partial n} = \frac{\partial w_2}{\partial n} = 0, & t > 0, \quad x \in \partial\Omega, \end{array} \right.$$

Paramètres du modèle

Unknowns	Description	Unit
u_1	Conifers density	$10^3 \text{ trees} \times \text{ha}^{-1}$
u_2	Hardwoods density	$10^3 \text{ trees} \times \text{ha}^{-1}$
w_1	Conifers seeds density	$10^3 \text{ seeds} \times \text{ha}^{-1}$
w_2	Hardwoods seeds density	$10^3 \text{ seeds} \times \text{ha}^{-1}$
Parameters	Description	Unit
β_1, β_2	Seeds hatching rates	year^{-1}
δ_1, δ_2	Seeds establishment rates	$\text{trees} \times \text{seeds}^{-1}$
γ_1, γ_2	Mortality rates	year^{-1}
μ	Spatial competition	$10^3 \text{ trees}^{-1} \times \text{year}^{-1} \times \text{ha}$
d_1, d_2	Diffusion rates of seeds	$\text{ha}^2 \times \text{year}^{-1}$
α_1, α_2	Seeds production rates	year^{-1}